

シネマセマジック入門Ⅱ

～シネマ de 数楽～

いんどろだくしょん

今年もやります，シネマセマジック

新作映画も使います，恐い映画も使います

今年はダマシはありません

すこーし頭を回転させれば，計算苦手も大丈夫，

シネマ de 数楽 始まり始まり…

登場する映画と主役の皆さん

ナイトウォッチ	／	ユアン・マグレガー ニック・ノルティ
IQ 星に想いを	／	メグ・ライアン ティム・ロビンス
CUBE	／	ニコール・チュボー ウェイン・ロブソン
コンタクト	／	ジョディー・フォスター マシュー・マコノヒー

第一章 計算しない数学

その一 脱出術

『スターウォーズ・エピソード1』で人気沸騰したユアン・マグレカーが主演したとってもこわーい映画『ナイトウォッチ』の舞台はモルグ（死体安置所），とにかく怖い映画です。

詳しいことは抜きにして，ここで使うのは最後のクライマックスの一場面，犯人も何もかも分かってしまいいいでしょうか？

とにかく画面に集中しましょう

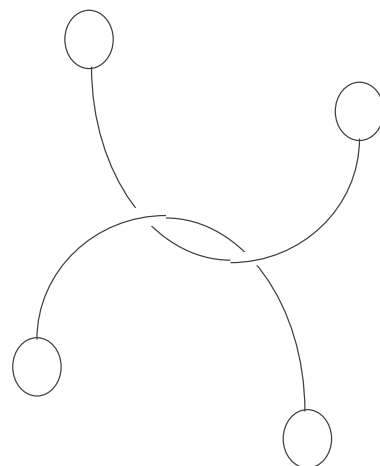
犯人に手錠をかけられたジェームズ，脱出のために何と…！！

さて，問題です。

- ① 二人一組になります
- ② 一人がひもの両端で両手首を結びます
- ③ そのひものにクロスさせたひもで，もう一人が同じことをします

これで二人はひもの結び目を解かない限り一生離れられないのでしょうか？

しばらくの間みんなで脱出を試みることにしましょう…



この脱出術，“手品師・奇術師・魔術師”達が応用しているようです…

MEMO

その二 パラドックス

アインシュタインという人は「きつといたずらが好きな人だったんだなあ」と思います。映画『IQ 星に想いを』の舞台は米国，地球にはボイド彗星が接近中．初老のアインシュタインやゲーデル（字幕ではクルト・ゴデル），ネーサン・リープシュタイン，ボリス・ポドルスキーの四人が“イタズラ小僧”になって大活躍します．

天文好きの自動車修理工・エドの，アインシュタインの姪の数学者・キャサリンへの恋を成就させようと四人が画策，イタズラを企む中で物語は進んでいきます．この物語のクライマックスに使われているのが“ゼノンのパラドックス”です．

博士が僕らに踊れと言ってる

私のところに来れると思う？

なぜ？

あなたみたいに優秀な科学者が　有名なゼノンの逆説を知らないの？

何だっけ？

A地点からB地点へ行くには　まずその半分の地点を通る

さらに　そこから先の半分まで進む

さらに　その半分まで進む

さらに――　その先の半分まで進む

半分は無限に続くから――　B地点に到達しない

……

到達したよ

ヘンね　不可能なのに

何かおかしい気がしませんか？　考えて下さい……

MEMO

第二章 数の素“素数”

その一 素数は危機の予告

カナダ映画『*CUBE*』は題名通り立方体の部屋が舞台，五人の男女（警官・クエンティン，脱獄のプロ・レン，医師・ハロウェイ，大学生・レブン，会社員・ワース）が立方体の部屋に閉じこめられ，そこから脱出しようとしている…

立方体の部屋は六方が立方体の部屋とつながっているが，となりの部屋には何か罠が仕掛けられているかも知れず，うっかり移動すると命の保証がない…

そんな危機的状況から脱出しようとしているとき，一人の女子大学生が重大なポイントを発見する…

582 434 865 , 149 413 568

レブン 学校で何を専攻してる 数学だろ？

どういう意味？ **149**

645 372

素数だわ 気がつかなかった

何だ

3つのどれかが素数だとワナがある

645 素数じゃない， **372** 違うわ， **649**

問題です．

素数ってどんな数ですか？

MEMO

待ってくれ 一つの例でなぜ分かる？

一つじゃないわ 火が出た部屋は“**083**”

分子感知器は“**137**” 酸の部屋は“**149**”

レブン 君の頭脳は素晴らしい

その二 数は宇宙共通語

宇宙物理学者カール・セーガンの小説『コンタクト』が映画化されことになって、原作者は映画化に協力を惜しみませんでした。しかし、彼は映画の完成を待つことなく病に命を奪われてしまいました。

『コンタクト』の主人公・エレノア・ハロウェイ博士（ジョディー・フォスター）は子供の頃から数学が得意で宇宙に深い興味を示してきました。

E T I（地球外知的生命体）の存在を信じるエレノアは、ずっと宇宙からの交信を待ち続けています。突然、ヘッドフォンに大きな音が響き始めます…

エレノアが初めて宇宙からの交信を受け取ります。

『グワーン、グワーン……』

位置は赤経18度36分56秒2， 赤緯36度42分56秒2…… 応答せよ
アンテナ4基を最大にして

……

よし、発信波確認

どこ？

琴座のどこかだ

ヴェガ

まさか、わずか26光年先で……

ちょっと脱線，

「26光年」って気になりませんか？ この距離、およそ何kmでしょうか？
光速を 30万km/秒 として計算して下さい。

MEMO

《映画再開》 そうこうするうちに交信が途絶え、しばらくして交信が再開…

『グーン、グーン』

来て

『グーン、グーン、グーン』

戻った

これ数字よ、今のが3，その前が2 基数だわ，数えていって

『グーン、グーン、グーン……』

5，……7 素数よ 2，3，5，7

全部素数， 作為的なものだわ ヴェガに関するデータを

問題も再開です。

100より小さい素数を書き出しましょう！

MEMO

《映画再開》 素数の表が画面に写し出されます，チェックしよう！

よし，101

信号は2から101までのすべての素数

腑に落ちん， 高度な文明がなぜ単純な数字で？

英語ではなく？

英語圏は地球の3割程度ですが， 数は宇宙共通語です

素数なのも意味がある

どんな？

その数が1でしか割り切れない

我々の注意を引くために，わざとそのように

素数の意味も分かりましたね．素数について補足します．

☆“エラトステネスのふるい”って何だ？

- ① 2 に ○ 印をして，2の倍数全部に × 印をする．
- ② 3（印のない一番小さい数）に ○ 印をして，3 の倍数全部に × 印をする．
- ③ 印のない一番小さい数に ○ 印をして，その倍数全部に × 印をする．

③ を繰返せば，2 から150 の全部の数に ○ か × の印がつく．

こうして ○ 印のついた数が素数です．さあ，素数を選びだそう…

	11	21	31	41	51	61	71	81	91	101	111	121	131	141
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	102	112	122	132	142
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	103	113	123	133	143
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	104	114	124	134	144
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	105	115	125	135	145
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	106	116	126	136	146
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	107	117	127	137	147
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	108	118	128	138	148
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	109	119	129	139	149
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150

さて，11と 101 は素数だけど，111 は素数ではありません．

ところで，次の数は素数でしょうか？ 何だか2進数を扱っているような気になりますが，上の数は全て非素数です．それぞれ， $111=3\times 37$ のように積で表してください．

1001

10001

100001

1111

11111

111111

1111111

11111111

*** 電卓を利用するトリックです ***

(1) 『電卓に好きな3桁の数を出して下さい』 “例： ? ”

『では、それに143をかけて下さい、何桁の数ですか』 “例： 5 桁”

『それでは、下3桁だけを電卓に出し直して電卓を渡して下さい』

“例：電卓には 474 とある”

さっと計算して、『あなたの好きな数は 318 ですね!』

さて、この計算の部分はどうなっているでしょう？

MEMO

(2) 『電卓に好きな4桁の数を出して下さい』 “例： ”

『では、それに をかけて下さい、何桁の数ですか』 “例： 桁”

『それでは、下4桁だけを電卓に出し直して電卓を渡して下さい』

“例：電卓には とある”

さっと計算して、『あなたの好きな数は ですね!』

さて、この数当てトリックを完成して下さい！

MEMO

*** 素数でないからできるトリックでした ***

第三章 計算を超えた数学 ～ 3D・暗号～

《映画再開》

『グーン、グーン…』の信号には、2種類の合成波があり、その1つを分析すると52年前のテレビ初映像が表れる。もう1つを分析すると1万ページを超える暗号データ……

エレノアたちがその解読に苦しんでいると、エレノアの陰の支援者S・R・ハデン氏が登場。死を間近にした彼は「人類への最後の返礼を申し出る……

解読法を？

ページに次ぐページ、その数63,000以上 各々の辺に

この印がどうしても合わない

ヴェガ人のつもりで考えて

彼らはより進んでいる

つまり効率的に複数の面を用いる さらに複数の次元を

——ここで3つの面が結合し立体構造が——

そうだわ、解読は？

よく見て、3次元ページの各々に含まれている

解読法は目の前にあったんだ

平面的なものから、美しい立体構造が生まれてくる瞬間はハッとします。

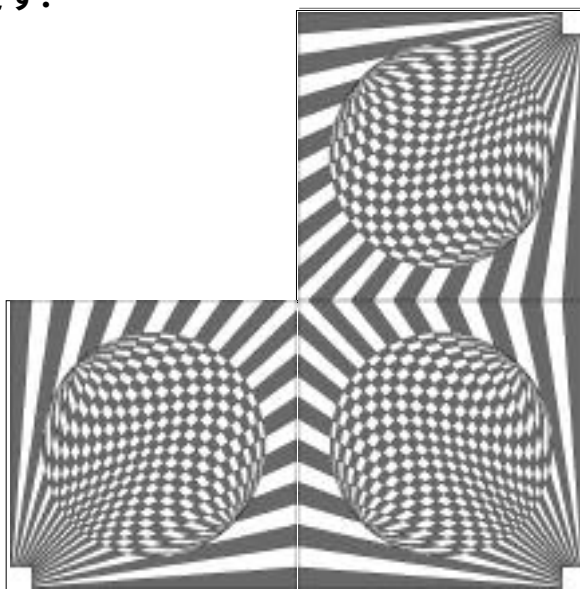
右図は3Dボックスの展開図です。

何か想像できますか？

組み立てたものを覗いたら、

きっとビックリ…

今日のお土産です。



まだまだ、数学シーンがあります。 《映画再開》

解読キーも一緒に隠されていました　これらの基本方程式がそうです
 この単純な式で情報を得られます　いわば科学の共通語
 これを正誤表として　彼らの言語を解読できるわけです

画面に写し出された基本方程式です……

.. | ... | :: | () [2 + 3 = 4 = False]

.. | ... | :: | ○ [2 + 3 = 5 = True]

.. | .. | :: | ○ [2 + 2 = 4 = True]

最後の問題です.

次の式を基本方程式で表しましょう！

```
[3 + 4 = 7 = True]
```

```
[2 + 4 = 5 = False]
```

引き算の基本方程式はどんな表し方ができるでしょう？ オリジナルの基本方程式を作ってみてはいかがでしょうか …

話はその後、宇宙船建造・宇宙旅行へと発展していきます。

(話の続きはビデオか何かで楽しんで下さい.)

複雑な宇宙からのメッセージを単純な式で解明する… 面白い設定です。

簡単な式から複雑な世界が作り出される新しい数学が注目されています。

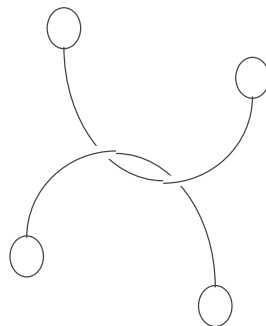
『フラクタル』や『カオス』がそれです。またいつか一緒に学びましょう。

シネマセマジック入門Ⅱ 解説

《脱出術》

「4つの輪の中に二人の人の手が入ってなければ、
2本のロープは簡単にバラバラにできます。
手があっても…」

単純なヒントだけで試行錯誤を楽しみましょう、
脱出できた時の充実感・満足感は最高です…



《ゼノンの逆説》

ギリシアの時代、無限和はすべて無限に大きなものになるものと考えられていたようです。直感的には誰もそう考えがちです。

「1枚の食パンを半分・半分と食べれば永久に食べ続けることができる…」
これを逆に考えれば、ゼノンのパラドックスからは抜け出せます。

《素数・エラトステネスのふるい》

素数は、その数と1以外に約数がない（約数の個数が2個である）自然数のこと。

	○11	×21	○31	○41	×51	○61	○71	×81	×91	○101	×111	×121	○131	×141
○2	×12	×22	×32	×42	×52	×62	×72	×82	×92	×102	×112	×122	×132	×142
○3	○13	○23	×33	○43	○53	×63	○73	○83	×93	○103	○113	×123	×133	×143
×4	×14	×24	×34	×44	×54	×64	×74	×84	×94	×104	×114	×124	×134	×144
○5	×15	×25	×35	×45	×55	×65	×75	×85	×95	×105	×115	×125	×135	×145
×6	×16	×26	×36	×46	×56	×66	×76	×86	×96	×106	×116	×126	×136	×146
○7	○17	×27	○37	○47	×57	○67	×77	×87	○97	○107	×117	○127	○137	×147
×8	×18	×28	×38	×48	×58	×68	×78	×88	×98	×108	×118	×128	×138	×148
×9	○19	○29	×39	×49	○59	×69	○79	○89	×99	○109	×119	×129	○139	×149
×10	×20	×30	×40	×50	×60	×70	×80	×90	×100	×110	×120	×130	×140	×150

《26光年》

$$300000 \times 60 \times 60 \times 24 \times 365 \times 26 = 245980800000000 \text{ (Km)}$$

このまま電卓計算はできません。指数的考え方 (10^n) の利用を勧めます。
いずれにせよ、2.5兆 Km という距離はイメージできません。

《いくつかの非素数》

$$1001 = 7 \times 11 \times 13$$

$$10001 = 73 \times 137$$

$$100001 = 11 \times 9091$$

$$1111 = 11 \times 101$$

$$11111 = 41 \times 271$$

$$111111 = 3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37$$

$$1111111 = 239 \times 4649$$

$$11111111 = 11 \times 73 \times 101 \times 137$$

《電卓を利用するトリック》

上の表を参考に、トリックの仕組みを考えて下さい。わかりますよね…

(1) 『電卓に好きな3桁の数を出して下さい』

『では、それに143をかけて下さい、何桁の数ですか』

『それでは、下3桁だけを電卓に残して、電卓を渡して下さい』

電卓にある数に7を掛け、『あなたの好きな数は_____ですね!』

ここでは、 $143 \times 7 = 1001$ であることと、多くの人がその事実を知らないことを利用しています。たとえば、 $318 \times 1001 = 318318$ です。

でも、「143をかけて…」なんて言われたら、「何が始まるのだろう?」と思ったりしませんか…

(2) 『電卓に好きな4桁の数を出して下さい』

『では、それに137をかけて下さい、何桁の数ですか』

『それでは、下4桁だけを電卓に残して、電卓を渡して下さい』

電卓にある数に73を掛け、『あなたの好きな数は_____ですね!』

$137 \times 73 = 10001$ を利用しています。 $6530 \times 10001 = 65306530$ です。

(1) の“143”と(2)の“137”に共通していることのは、あまり馴染みのない素数であるということ。

『下3桁だけを電卓に残して…』や『下4桁だけを電卓に残して…』の重要な意味は自分で考えて下さい。

トリックを1つ追加します! 111と111111の性質を利用してあります。

- (3) 『電卓に好きな 6 桁の数を出して下さい』 “例：234567”
- 『次に、一番右の数を 2 回押して 8 桁の数にして下さい』 “例：23456777”
- 『では、そこから上の 2 桁分の数を引いて下さい』 “例：-23”
- 『続いて、次の 3 桁分の数を引いて下さい』 “例：-456 で結果は 23456298”
- 『計算結果を教えてください』

結果を聞くや否や、『その数は 37 の倍数です、計算して確かめて下さい！』

さて、数当てトリック (3) を数学的に解説して下さい。

《基本方程式》

$$\begin{array}{rcl}
 [3 + 4 = 7 = \text{True}] & \dots | \dots | \dots | \bigcirc & \\
 [2 + 4 = 5 = \text{False}] & \dots | \dots | \dots | \bigcirc &
 \end{array}$$

文明や科学を宇宙という尺度で考えるとどうなる？ 映画『コンタクト』を見てそんなことを考えました。『数は宇宙共通語』『単純な式は科学の共通語』などの台詞はとても印象に残りました。

いつの日か宇宙との交信が可能になるとときには、この映画のように簡単な数式や論理式、分子模型のようなものが使われるかも知れないですね。

3.14159265358979323846264338327950288… なんて信号が飛び込んで来たらと想像するだけでワクワクします。

NASA が「宇宙からの信号の解析を家庭にあるパソコンで…」と世界中に呼びかけています。インターネットで NASA のホームページを探すのもいいかも知れません。

《3Dボックス》

- (1) 次ページの展開図を厚紙に拡大コピーする。
 - (2) のりしろ①～⑧に両面テープを貼り、実線で切り取る。
 - (3) 破線部に折り目をつけ、絵を内側にして立方体に組み立てる。
- このとき、のりしろ①、②、③…の順に貼ると工作しやすい。

次ページの展開図は添付の解説を参考に作ったものです。
また、P35の図は、西三サークルの実践を拝借しました。

